

岡 裕和 (Hirokazu Oka)

所属 (Domain) 数理・応用科学領域 (Domain of Mathematical and Applied Sciences)
・ 博士後期課程複雑系システム科学専攻 (Major in Complex Systems Science)

● 研究テーマ (Research theme)

発展方程式理論とその応用

(Theory of evolution equations and its applications)

時間発展する未知関数の微分方程式を総称して発展方程式と言う。発展方程式を解く場合、初期時刻 (通常は $t=0$) に解の初期状態 (これを初期値と言う) を与え、方程式と $t=0$ で初期値を満たす解を求める。このような問題を初期値問題と言う。非線形発展方程式の場合、短い時間の範囲で解を求めることができても (このような解を時間局所解と言う)、その解がすべての $t \geq 0$ に対して存在するように延長できるとは限らない。解がすべての $t \geq 0$ に対して存在するとき、その解を時間大域解と言う。さらに初期値を一つ与えたとき時間局所解が唯一つ定まり、かつ初期値に対する連続依存性が成立するならば、その初期値問題は時間局所的に適切であると言う。これが時間大域解に対して成立するとき、初期値問題は時間大域的に適切であると言う。ここで、解の初期値に対する連続依存性とは、初期値を連続的に変化させたとき、解も連続的に変動する性質である。発展方程式理論は、歴史的には有限次元の空間において方程式が解けるか? という研究から端を発しており、有限次元の空間で成り立つ結果を無限次元の空間の場合に拡張できるか? という問題意識にもとづいて進展してきた。1927年に、カラテオドリは n 次元の数ベクトル空間における正規形常微分方程式の初期値問題 $(d/dt)y(t) = f(t; y(t))$ ($t \geq 0$); $y(0) = y_0$ に対して、関数 f が時間 t に関して Lebesgue 可測であるという条件に着眼して初期値問題の適切性を証明した。この研究成果が発表されて100年近くの時が経過した。無限次元のバナッハ空間における準線形発展方程式の初期値問題 $(d/dt)u(t) = A(t, u(t))u(t)$, ($t \geq 0$), $u(0) = u_0$ を対象としてカラテオドリの適切性定理の無限次元版を確立することによって、古くから研究されている多くの非線形偏微分方程式に対して新たな研究成果が得られることを期待している。

Differential equations of time-evolving unknown functions are generically referred to as evolution equations. For given the initial state of the solution (this is called the initial value) at the initial time (usually $t = 0$), we research the solution satisfying the equation and initial value at $t=0$. Such a problem is called the initial value problem. In the case of the nonlinear evolution equation, even if a solution can be obtained within a short time period (such a solution is called a time local solution), the solution can not be always extended to exist for all $t \geq 0$. When a solution exists for all $t \geq 0$, the solution is called a time global solution. Furthermore, when a local time solution is uniquely determined when one initial value is given, and the continuous dependence on the initial value is established, the initial value problem is said to be locally well-posed in time. When this holds for the time global solution, the initial value problem is said to be globally well-posed in time. Here, the continuous dependence on the initial value of the solution is a property that the solution also continuously varies when the initial value is continuously changed. Evolution equation theory has started historically from the research of whether equations can be solved in a space of finite dimensions and has been developed based on the problem consciousness that the result which is made of finite dimensional space can be expanded to the case of infinite dimensional space. In 1927, Caratheodory proved the well-posedness of the initial value problem $(d / dt) y (t) = f (t; y (t))$ ($t \geq 0$) $y(0)=y_0$ of the normal form ordinary differential equation in a numerical vector space when the function f is Lebesgue measurable with respect to time t . About 100 years have passed since the research result was published. By establishing the well-posedness theorem of Caratheodory type for the quasi-linear evolution equation $(d/dt)u(t)=A(t,u(t))u(t)$ ($t \geq 0$) $u(0)=u_0$ in the infinite-dimensional Banach space, I hope that new research results can be obtained for many nonlinear partial differential equations studied from long ago.

キーワード (Keyword)

専門分野 (Specialized Field)

関連論文・特許情報 website

(Related articles・patent information)

発展方程式 (Evolution Equations) 適切性 (Well-posedness)

実解析 (Real Analysis)

<https://info.ibaraki.ac.jp/Profiles/4/0000385/profile.html>